

**Министерство образования Московской области**  
**Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего**  
**образования Московской области «Академия социального управления»**

**Дополнительная профессиональная программа**  
**(повышение квалификации)**

**Методика обучения школьников решению математических задач**  
**повышенной сложности**

**Разработчик(и) программы:**  
**Васильева М.В., ГБОУ ВО МО АСОУ, к.п.н.**

Москва, 2021

## Раздел 1. Характеристика программы

**1.1. Цель реализации программы** - совершенствование компетенций учителей математики в области методики обучения школьников решению математических задач повышенной сложности.

### 1.2. Планируемые результаты обучения:

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Профстандарт: 01.001 Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель).3.2.4. Трудовая функция. Модуль «Предметное обучение. Математика»	Формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например - вычисления)	Методику преподавания математики при обучении решению математических задач повышенной сложности	Применять методику преподавания математики при обучении решению математических задач повышенной сложности
Профстандарт: 01.001 Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель).3.2.4. Трудовая функция. Модуль «Предметное обучение. Математика»	Формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств	Особенности анализа математических задач, применения математического аппарата	Проводить анализ математических задач, применять математический аппарат
Профстандарт: 01.001 Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель).3.2.4. Трудовая функция. Модуль «Предметное обучение. Математика»	Формирование конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики	Методы и способы решения математических задач повышенной сложности	Применять методы и способы к решению математических задач повышенной сложности.

### 1.3. Категория слушателей:

учителя математики общеобразовательных организаций, реализующие основные образовательные программы основного и среднего уровней общего образования.

**1.4. Форма обучения** - Очно-заочная

**1.5. Срок освоения программы:** 36 ч.

## Раздел 2. Содержание программы

№ п/п	Наименование разделов	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ	Самостоятельная работа, час	Формы контроля
-------	-----------------------	-------------	-------------------------------------	-----------------------------	----------------

(модулей) и тем

Лекция час	Интерактивное, (практическое) занятие, час					
	Входной контроль	1	0	0	1	тест
1	Задачи с параметрами. Способы решения задач с параметрами	6	4	2	0	контрольная работа
2	Методика обучения школьников решению задач с параметрами	11	2	4	5	методическая разработка
3	Методика обучения школьников методам решения геометрических задач	6	2	4	0	практическая работа
4	Методика обучения школьников методам решения задач теории чисел.	6	2	4	0	практическая работа
5	Методика обучения школьников методам решения задач с экономическим содержанием	6	4	2	0	практическая работа
	итоговая аттестация	0	0	0	0	
	Итого	36	14	16	6	

## 2.2. Рабочая программа

**Входной контроль** ( самостоятельная работа - 1 ч. )

Самостоятельная работа^тестирование

**1 Задачи с параметрами. Способы решения задач с параметрами** ( лекция - 4 ч. практическое занятие - 2 ч. )

Лекция^Решение линейных уравнений и неравенств с параметрами. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметрами. Разбор различных случаев. Использование свойств квадратичной функции при решении задач с параметрами, задачи на теорему Виета. Использование свойств квадратичной функции при решении задач с параметрами. Задачи с параметрами, сводимые к исследованию квадратичной функции. Использование расположения корней квадратного уравнения при решении квадратного уравнения. Задания на наибольшее (наименьшее) значение функции на промежутке. Оценка выражений при решении задач с параметрами. Нахождение значений параметра при заданных условиях выражения. Использование графиков выражений при решении задач с параметрами. Решение систем уравнений и неравенств с параметрами графически. Использование плоских областей при решении задач с параметрами. Методика обучения решению неравенств и их систем с помощью построения плоских областей. Тригонометрические, уравнения и неравенства и их системы с параметрами. Использование графического способа решения тригонометрических задач с параметрами. Решение нестандартных задач по тригонометрии. Использование свойств тригонометрических функций при решении задач с параметрами.

Практическая работа^решение задач с параметрами, контрольная работа

**2 Методика обучения школьников решению задач с параметрами** ( лекция - 2 ч. практическое занятие - 4 ч. самостоятельная работа - 5 ч. )

Лекция^Методика обучения решению задач с параметрами с использованием оценки выражений. Использование симметрии при решении задач с параметрами. Цели и задачи обучения решению задач с параметрами. Средства обучения решению задач с параметрами. Использование средств информационных технологий при обучении решению задач с параметрами, создание моделей в программах Geogebra, 1С «Математический конструктор», иллюстрирующих решение задач с параметрами.

Практическая работа^Цель: разработка методических рекомендаций и средств обучения решению задач с параметрами. Планируемый результат: методические рекомендации и средства обучения решению задач с параметрами. Задание разработать методическую схему обучения решению двух задач.

Самостоятельная работа^Методическая разработка, с использованием возможностей программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор», иллюстрирующих решение задач с параметрами. Разработка включает текст задачи с параметром, и интерактивные модели в формате программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор».

**3 Методика обучения школьников методам решения геометрических задач** ( лекция - 2 ч. практическое занятие - 4 ч. )

Лекция^Решение геометрических задач классическим методом, методом координат, векторный метод и метод преобразования плоскости. Методика обучения школьников методам решения геометрических задач.

Практическая работа^Цель: разработка методических рекомендаций и средств обучения решению геометрических задач. Планируемый результат: методические рекомендации и средства обучения решению геометрических задач. Задание разработать методическую схему обучения решению двух задач.

**4 Методика обучения школьников методам решения задач теории чисел.** ( лекция - 2 ч. практическое занятие - 4 ч. )

ЛекцияЮстатки. Делимость, простые числа, разложение на простые множители. Цифры и десятичная запись числа. Задачи о десятичной записи натуральных чисел и бесконечных десятичных дробях Признаки делимости. Оценочные задачи в теории чисел. Теоретикочисловые функции. Конструктивы.

Практическая работа^Цель: разработка методических рекомендаций и средств обучения решению задач теории чисел. Планируемый результат: методические рекомендации и средства обучения решению задач теории чисел. Задание разработать методическую схему обучения решению четырех задач.

**5 Методика обучения школьников методам решения задач с экономическим содержанием** ( лекция - 4 ч. практическое занятие - 2 ч. )

Лекция^Математические задачи с экономическим содержанием. Финансовая грамотность, понятийный аппарат. Решение задач на сложные проценты. Решение и методика обучения решению задач с экономическим содержанием.

Практическая работа^Цель: разработка методических рекомендаций и средств обучения решению задач с экономическим содержанием. Планируемый результат: методические рекомендации и средства обучения решению задач с экономическим содержанием. Задание разработать методическую схему обучения решению задачи  
**итоговая аттестация**

### Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

#### Входной контроль

**Форма:** тестирование

**Описание, требования к выполнению:**

Входная диагностика проводится в форме тестирования с автоматической проверкой. Входное тестирование состоит из 10 заданий. Каждый верный ответ оценивается в 1 балл.

Максимальное количество баллов - 10. Время выполнения 1 час.

**Критерии оценивания:**

6-10 баллов - достаточные исходные (базовые) знания в области направления программы, слушатель готов к обучению по данной программе повышения квалификации. 0-5 баллов - недостаточные исходные (базовые) знания в области направления программы

**Примеры заданий:**

В каждом задании выберите верное утверждение.

1. Сколько существует трехзначных натуральных чисел, каждое из которых в 90 раз больше суммы своих цифр?

Варианты ответов: 1) 0; **2) 1**; 3) 3; 4) 9

2.  $ax^2 - a = 4x + 2$

**1)** при  $a=-2$  уравнение имеет единственное решение

- 2) при  $a = \pm 2$  решением уравнения является любое действительное число
- 3) при  $a = 2$  уравнение имеет единственное решение
- 4) при  $a = 2$  уравнение не имеет решения

3.  $3(x-2a)=4(1+x)$

- 1) при  $a > -\frac{2}{3}$  уравнение имеет отрицательное решение
- 2) при  $a > -\frac{2}{3}$  уравнение имеет положительное решение
- 3) при  $a = -\frac{2}{3}$  уравнение не имеет решения
- 4) при  $a < -\frac{2}{3}$  уравнение имеет отрицательное решение

**Количество попыток:** не ограничено

**Текущий контроль**

**Раздел программы:** Задачи с параметрами. Способы решения задач с параметрами **Форма:** контрольная работа

**Описание, требования к выполнению:**

Контрольная работа состоит из 5 заданий, время на выполнение 1 час.

**Критерии оценивания:**

Контрольная работа выполнена успешно, если правильно выполнено не менее 60% заданий, 60% выполненных заданий и выше - слушатель освоил содержание темы; менее 60% выполненных заданий - результат недостаточен, рекомендовано повторное прохождение темы. Оценка: зачет/незачет.

**Примеры заданий:**

Решите задания.

- 1. При каких  $a$  корни уравнения  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$  имеют разные знаки и оба по модулю меньше 4?
- 2. При каких значениях параметра система  $\begin{cases} x < 6 \\ x \geq a \end{cases}$  имеет решения.
- 3. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 + x \leq a \\ 2x - x^2 \geq a - 1 \end{cases}$

**Количество попыток:** не ограничено

**Раздел программы:** Методика обучения школьников решению задач с параметрами **Форма:** методическая разработка

**Описание, требования к выполнению:**

Методическая разработка, с использованием возможностей программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор», иллюстрирующих решение задач с параметрами. Разработка включает текст задачи с параметром, и интерактивные модели (графическое изображение расположения графиков функций, изображение плоских областей) в формате программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор». Работа сдается на проверку в электронном виде, в формате архива, содержащего три файла: текстовый файл с текстом задачи, файл программы «Geogebra», файл программы 1С «Математический конструктор». Время на выполнение и оформление 5 часов

**Критерии оценивания:**

Представлена методическая разработка, с использованием возможностей программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор», иллюстрирующих решение задач с параметрами - оценка зачтено.

**Примеры заданий:**

Задание: проиллюстрировать решение задачи с параметром, с использованием возможностей программ «Geogebra» 1С «Математический конструктор»

примеры возможных задач:

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} xy = 1 \\ x^2 + y^2 - 2ax + 2ay + 2a^2 - 2 = 0 \end{cases}$$
2. Найдите все значения **a**, при каждом из которых уравнение  $\sqrt{ax} = x + 2$  имеет единственное решение.
3. Найдите наименьшее значение параметра **c**, при которых система 
$$\begin{cases} (x - c\sqrt{3})^2 + y^2 - 2y = 0 \\ \sqrt{3}|x| - y = 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

**Количество попыток:** не ограничено

**Раздел программы:** Методика обучения школьников методам решения геометрических задач

**Форма:** практическая работа

**Описание, требования к выполнению:**

Задание разработать методическую схему обучения решению двух задач по предложенной форме. Время выполнения, с обсуждением 4 часа

**Критерии оценивания:**

Представлена методическая схема обучения решению двух задач по предложенной форме - оценка зачтено

**Примеры заданий:**

**Задание разработать методическую схему обучения решению двух задач.**

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Задания учащимся, вопросы учителя	Ответы в устной и письменной форме

1. Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину  $b$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $CC_1$  соответственно.
  - а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.
  - б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .
2. Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй — в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .
  - а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.
  - б) Найдите площадь треугольника  $AKB$  если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

**Количество попыток:** не ограничено

**Раздел программы:** Методика обучения школьников методам решения задач теории чисел.

**Форма:** Практическая работа

**Описание, требования к выполнению:**

Задание разработать методическую схему обучения решению четырех задач по предложенной форме. Время выполнения, с обсуждением 4 часа

**Критерии оценивания:**

Представлена методическая схема обучения решению четырех задач по предложенной форме - оценка зачтено

**Примеры заданий:**

**Задание разработать методическую схему обучения решению четырех задач.**

<b>Деятельность учителя</b> Задания учащимся, вопросы учителя	<b>Деятельность учащихся</b> Ответы в устной и письменной форме

**задачи**

1. Сколько существует трехзначных натуральных чисел, каждое из которых делится на 6, но не делится на 4?
2. Докажите, что среди любых 39 последовательных натуральных чисел обязательно найдется такое, у которого сумма цифр делится на 11.
3. На каждой из планет некоторой системы находится астроном, наблюдающий ближайшую планету. Расстояния между планетами попарно различны. Докажите, что если число планет нечетно, то какую-нибудь планету никто не наблюдает.
4. В государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединен не более, чем с тремя другими и из любого города в любой другой можно проехать, сделав не более одной пересадки. Какое максимальное число городов может быть в государстве?

**Количество попыток:** не ограничено

**Раздел программы:** Методика обучения школьников методам решения задач с экономическим содержанием

**Форма:** Практическая работа

**Описание, требования к выполнению:**

Задание разработать методическую схему обучения решению задачи по предложенной форме.

Время выполнения, с обсуждением 2 часа

**Критерии оценивания:**

Представлена методическая схема обучения решению задачи по предложенной форме - оценка зачтено

**Примеры заданий:**

**Задание разработать методическую схему обучения решению задачи**

<b>Деятельность учителя</b> Задания учащимся, вопросы учителя	<b>Деятельность учащихся</b> Ответы в устной и письменной форме

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9930000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

**Количество попыток:** не ограничено

**Итоговая аттестация**

Итоговая аттестация осуществляется по совокупности результатов всех видов контроля, предусмотренных программой.

**Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы**

#### 4.1. Организационно-методическое и информационное обеспечение программы

##### Нормативные документы

1. О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды Постановление Правительства Российской Федерации от 07.12.2020 г. № 2040 [электронный ресурс] <http://government.ru/docs/all/131381/> (дата обращения 12.12.2021)
2. Примерная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика» Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27.09.2021 г. [электронный ресурс] [https://edsoo.ru/Primernaya\\_rabochaya\\_programma\\_osnovnogo\\_obschego\\_obrazovaniya\\_predmeta\\_Matematika](https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_osnovnogo_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika) (дата обращения 12.12.2021)
3. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования" URL: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 12.12.2021)
4. ПРИКАЗ от 17 мая 2012 г. № 413 ОБ УТВЕРЖДЕНИИ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА СРЕДНЕГО ОБЩЕГО [электронный ресурс] ОБРАЗОВАНИЯ <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/> (дата обращения 12.12.2021)

##### Литература

###### Основная литература

1. Боженкова Л.И. О результатах обучения математике в условиях модернизации общего образования // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе: материалы V международной заочной научной конференции. Под общей редакцией Л.И. Боженковой, М.В. Егуповой. [Электронное издание сетевого распространения]. - Москва: МПГУ, 2020. С. 9-21.
2. Васильева М.В., Алексеева Е.Е., Кашицына Ю.Н. Использование Интерактивных сред при решении математических задач // Конференциум АСОУ: сборник научных трудов и материалов научно-практических конференций. - Москва АСОУ, 2019. № 3-1. С. 155-164.
3. Васильева М.В., Алексеева Е.Е., Кашицына Ю.Н. Обучение геометрии с использованием возможностей программы «Живая математика» // Электронные библиотеки. 2020. Т. 23. № 1-2. С. 83-92
4. Егупова М.В. Подготовка учителя к использованию электронных образовательных ресурсов в практико-ориентированном обучении математике в школе // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2014. № 2. С. 61-70
5. Капкаева, Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика. В 2 ч. Часть 2 : учеб. пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. 191 с.
6. Методика обучения математике: учебник для вузов / Подходова Н. С., Орлов В. В., Стефанова Н. Л., Снегурова В. И., Иванов И. А. ; М.: Юрайт, 2020. - Часть 2. - 299 с.
7. Функциональная грамотность и культура мышления при обучении математике. Алексеева Е.Е., Васильева М.В., Кашицына Ю.Н. Учебно-методическое пособие - Москва, 2020. - 70 с.

###### Дополнительная литература

1. Алексеева Е.Е., Васильева М.В., Кашицына Ю.Н. Технологии организации активных и интерактивных форм обучения математике. Учебные программы дополнительного профессионального образования (повышение квалификации) - Москва, 2020. - 164 с.
2. Васильева М.В. Использование современных средств информационно-коммуникационных технологий при обучении математике: учебно-методическое пособие. - АСОУ, 2015. - 132 с.
3. Васильева М.В., Кашицына Ю.Н. Построение плоских областей в среде динамической математики при решении задач с параметрами // Профильная школа. - Москва, 2021. Т. 9. № 4. С. 10-24.



## Электронные обучающие материалы

1. Конференциум АСОУ: сборник научных трудов и материалов научнопрактических конференций. Выпуск 1 / Научн. ред Л.Н.Горбунова. - М.: АСОУ. - 2015. - 3151 с. С. 2349-2357 [http://e.asoumo.ru/images/doc/conf/conf\\_20150902.pdf](http://e.asoumo.ru/images/doc/conf/conf_20150902.pdf), (дата обращения 12.12.2021)
2. Конференциум АСОУ: сборник научных трудов и материалов научнопрактических конференций. Вып.4. - М.: АСОУ, 2016. - 1648 с. С. 903-911  
[http://new.asoumo.ru/images/2017/05/11/sbor\\_v4\\_2016.pdf](http://new.asoumo.ru/images/2017/05/11/sbor_v4_2016.pdf) (дата обращения 12.12.2021)
3. Васильева М.В. Мардахаева Е.Л. Геометрические модели при изучении задач на движение с использованием возможностей компьютерного моделирования // ЦИТИСЭ 2017г. № 2(11) 23  
[http://ma123.ru/load/citiseh\\_2\\_11\\_2017g/13\\_00\\_00\\_pedagogicheskie\\_nauki/vasileva\\_m\\_v\\_mardakhaeva\\_e\\_l\\_geo\\_1-0-395](http://ma123.ru/load/citiseh_2_11_2017g/13_00_00_pedagogicheskie_nauki/vasileva_m_v_mardakhaeva_e_l_geo_1-0-395) (дата обращения 12.12.2021)

## Интернет-ресурсы

1. [www.school.edu.ru/](http://www.school.edu.ru/) Центральный образовательный портал. Содержит нормативные документы Министерства образования и науки, стандарты, информацию о проведении экспериментов.
2. <http://school-collection.edu.ru/> Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
3. <http://www.neive.by.ru>. Геометрический портал
4. <http://graphfunk.narod.ru>. Графики функций
5. <http://comp.science.narod.ru>. Дидактические материалы по информатике и математике
6. <http://zadachi.mccme.ru>. Задачи по геометрии: информационно - поисковая система
7. <http://tasks.ceemat.ru>. Задачник для подготовки к олимпиадам по математике
8. <http://ilib.mccme.ru>. Интернет-библиотека физико-математической литературы
9. <http://www.problems.ru>. Интернет-проект "Задачи"
10. <http://eqworld.ipmnet.ru/> Мир математических уравнений - Международный научнообразовательный сайт EqWorld
11. <http://www.pms.ru/> СУНЦ МГУ - Физико-математическая школа им. А.Н. Колмогоров
12. [www.problems.ru/](http://www.problems.ru/) База данных задач по всем темам школьной математики.
13. [www.etudes.ru](http://www.etudes.ru) - «Математические этюды»
14. открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru/or/ege/Main>.
15. Видеолекция "Задачи с параметрами" [https://www.youtube.com/watch?v=R-0wF1\\_OiCI&t=23s](https://www.youtube.com/watch?v=R-0wF1_OiCI&t=23s)

## 4.2. Материально-технические условия реализации программы

### Технические средства обучения

Мультимедийное оборудование для преподавателя, программы «Geogebra» и 1С «Математический конструктор»  
Мультимедийные презентации, видеоматериалы, разработанные на кафедре общеобразовательных дисциплин.  
Материальнотехническое обеспечение соответствует санитарно-гигиеническим нормам